$\lim\limits_{\lambda\to 0^+} A_\lambda = \lim\limits_{\lambda\to 0^+}\left[\frac{2}{3}\ln 2-\frac{1}{6}-\frac{1}{3}\lambda^3\ln\left(1+\frac{1}{\lambda}\right)-\frac{1}{3}\ln(1+\lambda)-\frac{1}{6}\lambda^2+\frac{1}{3}\lambda\right]=\frac{2}{3}\ln 2-\frac{1}{6}$ *car* $\lim\limits_{\lambda\to 0^+}\lambda^3\ln\left(1+\frac{1}{\lambda}\right)=\lim\limits_{\lambda\to 0^+}\lambda f(\lambda)=0$

b) $C_{f^{-1}}=S_D\left(C_f\right);\left(y'Oy=S_D\left[(x'Ox)\right]\right)$ *et* $\left(D_1^{'}: y=1\right)=S_D\left(D_1: x=1\right)$ et comme S_D est une isométrie alors elle conserve les distances par conséquent elle conserve les aires. Donc $Aire(D'')=\lim\limits_{\lambda\to 0^+}A_\lambda=\frac{2}{3}\ln 2-\frac{1}{6}$.

Exercice N°12: **A-**1 a) $A(1;1)\in C_f$ équivaut à f(1) =1. et on a

$A\in T$ *et* $B(3;0)\in T$ *donc* $f'(1)=\frac{0-1}{3-1}=-\frac{1}{2}$

b) voir le tableau :

x	0		$+\infty$
f'(x)	‖	−	
f(x)	‖ $+\infty$	↘	0

2. on a f(1) = 1 et f est continue en 1 $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=f(1)=1 \Leftrightarrow \frac{a+\ln(1)}{1+b}=1\Leftrightarrow\frac{a+0}{1+b}=1\Leftrightarrow a=1+b$

et $f'(x)=\frac{\frac{x+b}{x}-\ln x}{(x+b)^2}$ *alors* $f'(1)=-\frac{1}{2}\Leftrightarrow 1+b-a=-\frac{1}{2}(1+b)^2$ donc on

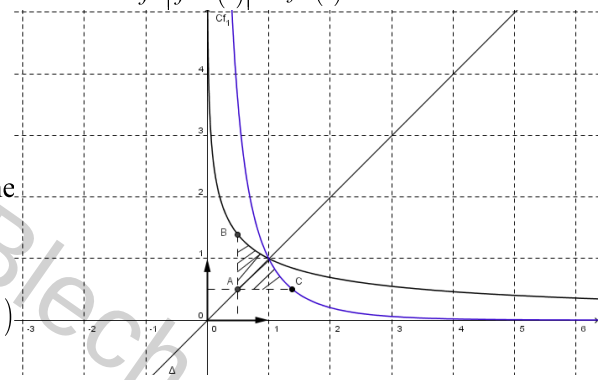
a : $\begin{cases}1+b-a=-\frac{1}{2}(1+b)^2\\ a=1+b\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1+b\\ 1+b-1-b=0=-\frac{1}{2}(1+b)^2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=0\\ b=-1\end{cases}$

1.a) f est strictement décroissante sur $\mathbb{R}_+^*\Rightarrow$ f réalise une bijection de $\mathbb{R}_+^*$ *dans* $f\left(\mathbb{R}_+^*\right)=\mathbb{R}_+^*=J$.

b) f(1) = 1 et $f'(1)=-\frac{1}{2}\neq 0\Rightarrow f^{-1}$ est dérivable en et on a $\left(f^{-1}\right)'(1)=\frac{1}{f'\left[f^{-1}(1)\right]}=\frac{1}{f'(1)}=-2$

d'où $T': y=\left(f^{-1}\right)'(1)(x-1)+f^{-1}(1)=-2x+3$.

c) $C_{f^{-1}}=S_\Delta\left(C_f\right)$ avec S_Δ est la symétrie orthogonale d'axe Δ : y = x (voir figure)



4. $D=D_1\cup D_2$ *et* $D_1\cap D_2=\varnothing$ avec D_1 et D_2 sont les domaine limités respectivement :

$\begin{cases}C_f\\ [AB]\\ [AH]\ avec\ H(1;1)\end{cases}$ *et* $\begin{cases}C_{f^{-1}}\\ [AC]\\ [AH]\ avec\ H(1;1)\end{cases}$ comme $C_{f^{-1}}=S_\Delta\left(C_f\right)$

S_Δ est une isométrie alors l'aire est de D_1 est égale à D_2.d'où Aire(D) = A = 2Aire(D_1) =

$2\left[\int_{\frac{1}{2}}^1\left(f(x)-x\right)dx\right]=2\int_{\frac{1}{2}}^1 f(x)dx-\left[x^2\right]_{\frac{1}{2}}^1=2\int_{\frac{1}{2}}^1 f(x)dx-\frac{3}{4}$

B- 1. $\forall x\in\mathbb{R}\setminus\{1\}$ *on a* : $\sum_{k=0}^{k=n}x^k+\frac{x^{n+1}}{1-x}=\frac{1-x^{n+1}}{1-x}+\frac{x^{n+1}}{1-x}=\frac{1}{1-x}$

2. $\forall n\in\mathbb{N};\forall x\in\mathbb{R}\setminus\{1\}$ on a : $\forall x\in\mathbb{R}\setminus\{1\}$ on a : $\frac{1}{1-x}=\sum_{k=0}^{k=n}x^k+\frac{x^{n+1}}{1-x}\Rightarrow\forall n\in\mathbb{N};\forall x\in\mathbb{R}\setminus\{1\}$ on a :

$\frac{\ln x}{1-x}=\sum_{k=0}^{k=n}x^k\ln x+\frac{x^{n+1}\ln x}{1-x}\Rightarrow\forall n\in\mathbb{N}$; on a : $\int_{\frac{1}{2}}^1-\frac{\ln x}{x-1}dx=\int_{\frac{1}{2}}^1\left(\sum_{k=0}^{k=n}x^k\ln x+\frac{x^{n+1}\ln x}{1-x}\right)dx\Rightarrow\forall n\in\mathbb{N}$; on a :

$-\int_{\frac{1}{2}}^1 f(x)dx=\sum_{k=0}^{k=n}\int_{\frac{1}{2}}^1 x^k\ln x dx+\int_{\frac{1}{2}}^1 x^{n+1}f(x)dx\Rightarrow\forall n\in\mathbb{N}$; on a : $\int_{\frac{1}{2}}^1 f(x)dx=-\sum_{k=0}^{k=n}u_k-\int_{\frac{1}{2}}^1 x^{n+1}f(x)dx$

Qarray.tn - Agra Blech - Qarray.tn - Qarray.tn - Agra Blech - Qarray.tn

Devoir.tn
Toutes les matières, tous les niveaux...